Вариант 1

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятия:
"диаграмма Вороного".

2. Докажите, что всякий многоугольник имеет по крайней мере два непересекающихся уха.

3. Используя алгоритм "Нижняя касательная"построить нижнюю касательную для следующих многоугольников:
$A = \{(0,0),(5,-8),(10,-10),(15,5),(20,7),(10,10)\}$,
$B = \{(30,10),(35,0),(45,-5),(55,5),(40,15),(30,20)\}$.

4. Предложите структуру данных для хранения информации о "заметающей"прямой в алгоритме трапецизации и опишите алгоритм изменения этой информации при пересечении прямой очередной вершины (используйте в нем процедуры: Слева, Пересекаются и др.).

5. Опишите диаграмму Вороного для правильного n-угольника.

Вариант 2

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятий:
"монотонная гора, кончик уха".

2. Докажите, что всякое бинарное дерево является дуальным графом триангуляции некоторого многоугольника (даже монотонной горы).

3. Построить разделяющую ломанную и объединить диаграммы Вороного для следующих множеств точек:
$S_1 = \{(0,0),(15,-10),(5,10)\}$,
$S_2 = \{(20,20),(30,5),(45,15)\}$.

4. Пусть точка p лежит внутри выпуклого многоугольника с вершинами $v_1, v_2, ..., v_n$. Предложите алгоритм, который строит список этих вершин в порядке обхода многоугольника против часовой стрелки. Оцените его сложность.

5. Верно ли, что всякий многоугольник с четным числом вершин можно разбить на выпуклые четырехугольники?

Вариант 3

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятия:
"выпуклое замыкание (оболочка) множества точек".

2. Докажите свойство V2 диаграммы Вороного для множества P:
область $V(p_i)$ неограниченная $\Leftrightarrow$ точка p_i лежит на границе выпуклого замыкания P.

3. Построить триангуляцию, используя алгоритм IV (через трапецизацию), для следующего многоугольника
$P = \{(0,0),(5,-15),(10,-5),(20,-20),(25,-10),(30,10),(20,5),$
$(30,20),(15,13),(10,15),(5,8)$.

4. Детализируйте алгоритм триангуляции монотонной горы, используя процедуры Слева, Пересекаются и др. Оцените сложность получившегося алгоритма.

5.Как по списку вершин многоугольника определить в каком порядке они идут: по часовой стрелке или против?

Вариант 4

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятия:
"триангуляция Делоне-

2. Докажите свойство V6 диаграммы Вороного для множества P:
если точка p_j является ближайшим соседом точки p_i, то (p_i, p_j) - это ребро триангуляции Делоне $\mathcal{D}(P)$.

3. Сколько, охранников достаточно для охраны следующей галереи
$P = \{(0,0),(5,-15),(10,-5),(20,-20),(25,-10),(30,10),(20,5),$
$(30,20),(15,25),(20,15),(10,15),(5,5)\}$
по теореме о $G(n)$? Какова оптимальная расстановка охранников для этой галереи?

4. Детализируйте алгоритм построения выпуклой оболочки методом заворачивания подарка, используя процедуры Слева, Пересекаются и др. Оцените сложность получившегося алгоритма.

5. Может ли многоугольник быть монотонным по отношению только к одному направлению?

Вариант 5

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятия: "дуальный граф для триангуляции многоугольника".

2. Докажите свойство V7 диаграммы Вороного для множества P: если существует окружность, проходящая через точки p_i и p_j, на и внутри которой нет других точек P, то (p_i, p_j) - это ребро триангуляции Делоне $\mathcal{D}(P)$.

3. Постройте граф видимости и найдите кратчайший путь робота из точки $s = (0, 0)$ в точку $t = (100, 0)$, если имеются 3 следующих препятствия:
$A = \{(10, 10), (10, -30), (30, -30), (30, 10)\}$,
$B = \{(40, 60), (40, 0), (60, 0)\}$,
$C = \{(70, 20), (70, -20), (90, -20), (90, 20)\}$.

4. Предложите представление диаграммы Вороного $\mathcal{V}(P)$ и детализируйте алгоритм получения по ней выпуклой оболочки $\mathcal{H}(P)$.

5.Предложите формулу для площади выпуклого многоугольника через его вершины.

Вариант 6

1. Дайте определение и приведите пример(ы) следующего понятия: "граф видимости для задачи о планировании пути робота".

2. Докажите свойство D7 триангуляции Делоне $\mathcal{D}(P)$: внутренность каждого треугольника $\mathcal{D}(P)$ не содержит точек множества P.

3. Построить триангуляцию, используя алгоритм III (удаление ушей), для следующего многоугольника
$P = \{(0, 0), (5, -15), (10, -5), (20, -20), (25, -10), (30, 10), (20, 5),$
$(30, 20), (15, 25), (20, 15), (10, 15), (5, 5)\}$.

4. Предложите алгоритм, который по триангуляции Делоне $\mathcal{D}(P)$ строит диаграмму Вороного $\mathcal{V}(P)$. Какова его сложность? (Хорошо бы получить алгоритм сложности $O(n)$).

5. Найдите выражение для площадей выпуклого и невыпуклого четырехугольников.